

Heft R553 / R554 (2011)

Informationstagung Motoren/Turbomaschinen, Frühjahr 2011, Bad Neuenahr

**Institut für Technische und Numerische Mechanik (ITM), Universität
Stuttgart**

Leitung: Prof. Dr.-Ing. Prof. E.h. Peter Eberhard

und

**Mathematik in Industrie und Technik (MiIT), Technische Universität
Chemnitz**

Leitung: Prof. Dr. Peter Benner

und

**Institut für Maschinenelemente und Konstruktionstechnik (IMK),
Universität Kassel**

Leitung: Prof. Dr.-Ing. Gunter Knoll

Abschlussbericht über das Vorhaben Nr. 1029

Thema:	Moderne Modellreduktion elastischer Bauteile für die Simulation flexibler Mehrkörpersysteme
Kennwort:	Optimale FE-Reduktion
Laufzeit:	01.03.2010 - 31.12.2010
Obmann:	Dr. Müllers, Bosch GmbH, Stuttgart
Bearbeiter:	Dipl.-Ing. Nowakowski geb. Geschwinder (ITM, Stuttgart), Dipl.-Ing. Ochse (IMK, Kassel), M. Sc. Kürschner (MiIT, Chemnitz)
Vortragender:	Prof. Dr.-Ing. Prof. E.h. Peter Eberhard

Danksagung

Dieser Bericht ist das wissenschaftliche Ergebnis einer Forschungsaufgabe, die von der Forschungsvereinigung Verbrennungskraftmaschinen e.V. (FVV, Frankfurt) gestellt und am Institut für Technische und Numerische Mechanik unter der Leitung von Herrn Professor Dr.-Ing. Prof. E.h. Peter Eberhard, der Professur für Mathematik in Industrie und Technik unter der Leitung von Herrn Professor Dr. Peter Benner und dem Institut für Maschinenelemente und Konstruktionstechnik unter der Leitung von Herrn Professor Dr.-Ing. Gunter Knoll bearbeitet wurde. Die Arbeit wurde durch FVV-Eigenmittel finanziell gefördert. Die Forschungsvereinigung Verbrennungskraftmaschinen dankt Professor Dr.-Ing. Prof. E.h. Peter Eberhard, Professor Dr. Peter Benner und Professor Dr.-Ing. Gunter Knoll und den wissenschaftlichen Bearbeitern, Dipl.-Ing. Christine Nowakowski geb. Geschwinder, Dipl.-Ing. Gerald Ochse und M. Sc. Patrick Kürschner, für die Durchführung des Vorhabens sowie der FVV für die finanzielle Förderung. Das Vorhaben wurde von einem Arbeitskreis der FVV unter der Leitung von Herrn Dr. Müllers und Herrn Bösel begleitet. Diesem Arbeitskreis gebührt Dank für die große Unterstützung.

Abstract (englisch)

Because of growing market requirements there is a constant endeavour to raise the efficiency and quality of every product. These requirements are increasingly supported by digital simulations. This development is also state of the art in system analysis and optimizing of combustion engines and engine components. The preliminary study mainly focuses on the simulation of a crank shaft. This is examined in a multi physics simulations with main bearings, pistons and connecting rods as elastic Multibody systems coupled to an elasto-hydrodynamic subsystem.

The linear model reduction of the elastic degrees of freedom is a key step in the procedure of using flexible bodies in elastic multibody systems. In recent years a variety of new reduction methods alongside the traditional modal techniques was developed in applied mathematics. In principle there are three possible reduction techniques for the model order reduction of elastic bodies: modal reduction, reduction with Krylov subspaces and SVD reductions or techniques with Gramian matrices. This reduction methods are included in the preprocessor Morembs, a software package developed at the Institute of Engineering and Computational Mechanics and extended by MESS developed by the research group mathematics in industry and technology.

In this research topic different reduction methods for a flexible crank shaft are compared. Thereby the application of modern reduction techniques for industrial problems should be shown.

Kurzfassung

Auf Grund ständig wachsender Anforderungen des Marktes besteht ein stetiges Bestreben, die Wirtschaftlichkeit sowie die Qualität von Produkten zu steigern. Diese Anforderungen werden zunehmend durch die digitale Absicherung unterstützt. Diese Entwicklung ist auch Stand der Technik in der Systemanalyse und -optimierung von Verbrennungsmotoren und Motorkomponenten. Im Fokus dieser Vorstudie steht die Simulation einer Kurbelwelle. Diese wird im Zusammenspiel mit Grundlagern, Kolben und Pleuel als elastisches Mehrkörpersystem unter Berücksichtigung elastohydrodynamischer Wechselwirkungen untersucht.

Ein entscheidender Schritt bei der Verwendung von flexiblen Körpern in elastischen Mehrkörpersystemen ist die Reduktion der elastischen Freiheitsgrade durch lineare Modellreduktion. In der angewandten Mathematik wurde in den letzten Jahren eine Reihe von neuen Modellreduktionsansätzen neben den traditionellen modalen Ansätzen entwickelt. Prinzipiell gibt es drei Kategorien von Reduktionsverfahren die relevant für die Modellreduktion elastischer Körper sind: modale Reduktionsverfahren, Reduktionsverfahren mit Hilfe von Krylov-Unterräumen und SVD-basierte Verfahren bzw. Gramsche Matrizen. Diese Reduktionsverfahren sind in dem Präprozessor Morembs, einer am Institut für Technische und Numerische Mechanik entwickelten Software, enthalten und werden ergänzt um MESS, das an der Professur für Mathematik in Industrie und Technik entwickelt wurde.

In dieser Arbeit sollen verschiedene Reduktionsverfahren für eine flexible Kurbelwelle verglichen werden. Hierbei soll die Anwendbarkeit moderner Reduktionsverfahren bei industriellen Fragestellungen gezeigt werden.

1 Einleitung

Die Simulation mechanischer Bauteile ist ein integraler Baustein im Entwicklungsprozess neuer Produkte. Durch Simulation kann eine Vielzahl an Versuchen und Prototypen eingespart werden. Der Trend zur Simulation gekoppelter Systeme aus verschiedenen physikalischen Domänen wird in [2] beschrieben und gewinnt immer mehr an Bedeutung. Die effiziente Simulation solcher Systeme, z.B. bestehend aus mechanischen, elektrischen, hydraulischen oder pneumatischen Komponenten in Verbindung mit Regelungsalgorithmen, ist von großem Interesse.

Für die Simulation des mechanischen Teils dieser Systeme werden elastische Mehrkörpersystemen (EMKS) verwendet, speziell bei dynamischen Vorgängen bei denen die elastische Deformation nicht vernachlässigt werden kann. Wird die elastische Verformung als klein angesehen, kann hierzu die Methode des bewegten Bezugssystems verwendet werden. Diese Methode wird sowohl in Simpack als auch in Adams zur Beschreibung von flexiblen Mehrkörpersystemen verwendet. Die Grundidee besteht darin, die Bewegung eines Körpers in eine große nichtlineare Bewegung eines Referenzsystems und eine linearisierte elastische Deformation bezüglich dieses Systems aufzuteilen. Für die Modellierung und numerische Simulation der elastischen Verformungen wird meist die Methode der Finiten Elemente (FE) herangezogen, wodurch i.d.R. eine sehr große Anzahl von Freiheitsgraden in das Modell eingeführt wird. Die lineare Modellreduktion ist zu deren Verringerung ein wichtiges Werkzeug, siehe [15], zur effizienten Simulation. Dabei sollen die reduzierten Modelle die relevanten Eigenschaften sowie das Ein-/Ausgangsverhalten der Originalsysteme für große Parameterbereiche möglichst gut annähern. In der angewandten Mathematik wurde in den letzten Jahren eine Reihe von neuen Modellreduktionsansätzen neben den traditionellen modalen Ansätzen entwickelt. In [1, 3, 11] wird ein Einblick in den aktuellen Stand der Forschung und die Zielrichtung zukünftiger Entwicklungen gegeben. Prinzipiell gibt es drei Kategorien von Reduktionsverfahren, die relevant für die Modellreduktion elastischer Körper sind:

- modale Reduktionsverfahren,
- Reduktionsverfahren mit Hilfe von Krylov-Unterräumen und
- auf Gramschen Matrizen basierende Verfahren.

Im Gegensatz zu statischen Problemen müssen bei dynamischen Analysen, wie sie bei der Methode der Mehrkörpersysteme immer vorkommen, die Gleichungen für viele Zeitschritte ausgewertet werden. Es ist daher von besonderem Interesse, die Anzahl der zu lösenden Gleichungen (Freiheitsgrade) möglichst klein zu halten. Dabei ist wichtig, dass die wesentliche Information erhalten bleibt, idealerweise sogar mit vorgegebener Genauigkeit.

2 Ziel des Forschungsvorhabens

In der Motorenentwicklung werden verstärkt mehrkörperdynamische Simulationstechniken für Fragestellungen der Strukturmechanik, der tribo-mechanischen Bauteilbeanspruchung sowie deren Auswirkung auf die akustische Anregung eingesetzt. Hierbei ist die Modellierungstiefe stets ein Kompromiss zwischen Rechenzeitanforderung und Aussagesicherheit der Berechnungsergebnisse. Die Rechenzeitproblematik wird dadurch verschärft, dass es sich bei den zu behandelnden Problemstellungen stets um transiente und oft nichtlineare Vorgänge handelt, die daher im Zeitbereich abgebildet werden müssen.

Die Verfahren auf Basis von modaler Reduktion, meist die Craig-Bampton-Methode [5], werden in der Motorenentwicklung erfolgreich angewandt und sind zum Stand der Technik zu zählen. Die Qualität der reduzierten Modelle hängt dabei entscheidend von der Erfahrung des Ingenieurs bei der Auswahl der richtigen Moden ab. Neue Verfahren welche auf Gramschen Matrizen und Krylov-Unterraummethoden basieren bieten erhebliches Potential bezüglich Abbildungsgenauigkeit und Rechenzeiteffektivität.

Ziel des Forschungsvorhabens ist der Nachweis der Anwendbarkeit moderner Reduktionsverfahren bei industriellen Problemstellungen. Angestrebte Vorteile der neuen Methoden sind:

- Vereinfachte Bedienbarkeit (Automatisierung) bei vorgebbarem Fehler. Automatisierte statt händische Auswahl der Ansatzfunktionen.
- Verringerung des Fehlers bzw. Verbesserung der Abbildungsgüte im Vergleich zur modalen Reduktion.
- Vorhandensein globaler Fehlerschranken bzw. sinnvoller Fehlerschätzer.
- Beschreibung des Eingangs-/Ausgangsverhaltens von Originalsystem und reduziertem System.
- Möglichkeit einer einfachen Gewichtung interessierender Frequenzbereiche.
- Bessere Simulationsergebnisse bei kürzerer Rechenzeit (durch weniger elastische Ansatzfunktionen).

Um die neuen Reduktionsmethoden anstelle von modalen Reduktionsverfahren verwenden zu können, muss ein neuer Präprozessor (Morembs [6]) für EMKS verwendet werden.

3 Die Kurbelwelle aus Low Friction Power Train

Für die Studie ist die Kurbelwelle aus dem FVV Vorhaben Low Friction Power Train als Referenzmodell gewählt worden. In Abbildung 3.1 ist das MKS-Modell gezeigt. Das Modell besteht im Wesentlichen aus einer flexiblen Kurbelwelle welche mit fünf Impedanzlagern gegen ein starres (in der Abbildung nicht sichtbares) Gehäuse gekoppelt wird, den starren Einzelkurbeltrieben mit idealen Pleuellagern, dem Zweimassenschwungrad, dem Tilger und einem Antrieb.

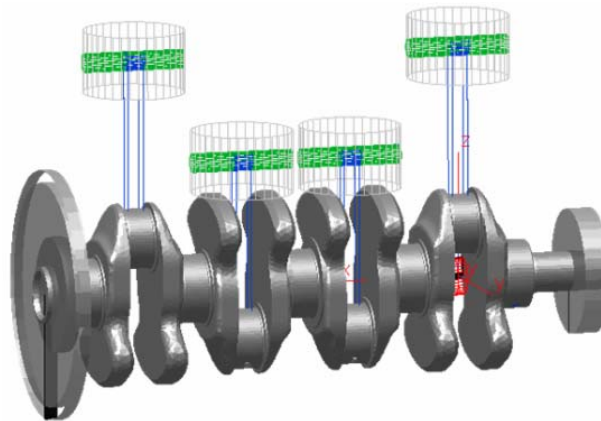


Abbildung 3.1: MKS-Modell dreidimensional

Das Bauteil Kurbelwelle ist in der Einbausituation einer mehrdimensionalen, dynamischen und zyklischen Belastung ausgesetzt. Die Geometrie der Kurbelwelle ist funktions- und konstruktionsbedingt nicht homogen und weist somit als Bauteil eine deutlich komplexere Systemantwort als zum Beispiel eine einfache Balkenstruktur auf.

Die dynamische Simulation eines Kurbeltriebs mit flexibler Welle, transientem Lastverlauf, der Interaktion der Komponenten, sowie der hydrodynamischen Kopplung der Hauptlager ist eine vielschichtige Berechnungsaufgabe welche in der Anwendung vorkommt. Die Übertragbarkeit auf andere Problemstellungen hinsichtlich mehrachsiger Belastung und Komplexität der Modellgenerierung ist gegeben und infolgedessen als Testumgebung für komplexe flexible Strukturen gut geeignet.

3.1 Technische Herausforderung und Auslegung der Kurbelwelle

Die Kurbelwelle unterliegt sowohl mechanischen als auch thermischen Lastkollektiven welche es bei der Auslegung zu berücksichtigen gilt. Das Bauteil wird dynamisch, mehrdimensional, zyklisch belastet. Die Kurbelwelle ist im System Hubkolbenmotor ein zentrales Bauteil welches bei Versagen zum Ausfall des Motors führt. Die Herausforderung bei der Auslegung einer Kurbelwelle liegt in den gegenläufigen Zielen steife Auslegung, Haltbarkeit über den gesamten Lebenszyklus und dem zur Verfügung stehenden Bauraum. Die Haltbarkeit über den gesamten Lebenszyklus, ist immanent wichtig, da bei fast allen

gängigen Anwendungen die Kurbelwelle nicht zur Inspektion ausgebaut oder während der Lebenszeit des Kurbeltriebs ein Austausch vorgesehen ist. Die Kosten hierfür sind selbst bei PKW-Motoren im Vergleich zum Systempreis unwirtschaftlich hoch. Ein kapitaler Schaden bei großen und kleinen Aggregaten ist immer mit einem Sicherheitsrisiko, erheblichem finanziellen Aufwand, Vertrauensverlust und Imageschaden verbunden.

3.2 Körper im EMKS

Der Aufbau des MKS Modells mit den vorhandenen Körpern, den diskreten Koppelstellen sowie der hydrodynamischen Lagerung soll mit Abbildung 3.2 illustriert werden. Zur besseren Übersicht ist die Darstellung des 3-D Modells in die Ebene Rotations- und Hubachse projiziert. Zentrales Element bildet die flexible Kurbelwelle, wobei alle anderen Körper als starre Körper ausgeführt sind. Die Starrkörper besitzen Masse- und Trägheitseigenschaften. Am linken Ende der Kurbelwelle (KW) ist das Zweimassenschwungrad (ZMS) angebracht, die Kopplung des ZMS erfolgt mit allen 6 FHG an die KW. Die beiden Massen des ZMS sind mittels idealem Drehgelenk und einer dämpfungsbehafteten Drehfeder miteinander verbunden. Der Torsionsdämpfer ist rechtsseitig an der Kurbelwelle mit ebenfalls sechs Freiheitsgraden gekoppelt. Das starre gegen Grund fixierte Kurbelgehäuse ist in dieser Darstellung nicht sichtbar. Die Kopplung der Kurbelwelle gegenüber dem starren Gehäuse erfolgt durch die Hauptlager HL1 bis HL5 mittels Impedanzlagerung, wobei das HL5 ebenfalls die axiale Fixierung der KW gegenüber dem Gehäuse übernimmt. In diesem Fall wird mittels einer Zwangsbedingung der axiale FHG zwischen der Kurbelwelle und dem Gehäuse eingeschränkt. Die Lagerdurchmesser sind mit 50 mm und die Lagerbreiten mit 20 mm für alle fünf Lager gleich angenommen. Das radiale Spiel ist mit 1/1000 und die Ölviskosität mit 12.6 mPas festgelegt. Die Kopplung der Kurbeltriebe erfolgt in den Pleuellagern PL1 bis PL4 zwischen dem Pleuel und der Kurbelwelle. Diese Koppelstellen übertragen lediglich die Bewegung in Hub- und Querrichtung, die anderen FHG sind frei. Damit ist gewährleistet, dass die Bewegung, Biegung und Verdrehung der Kurbelwelle im Rahmen des Lagerspiels und der Verformungsmöglichkeiten des elastischen Körpers nicht durch zusätzliche Zwangsbedingungen eingeschränkt wird. Zwischen dem Pleuel und dem Bolzen wird die Kopplung mittels idealem Drehgelenk ausgeführt, bis auf die Drehbewegung sind alle anderen FHG gesperrt. Der Bolzen ist an den Kolben mit sechs FGH gekoppelt, so dass der Bolzen im Kolben fixiert ist. Zum Schließen der kinematischen Kette wird der Kolben durch ein Constraint gegenüber dem Zylinderkopf (nicht abgebildet) geführt. Die Führung ist ideal aufgebaut und lässt nur die Bewegung des Kolbens in Hubrichtung zu. Der Antrieb ist zwischen HL1 und HL2 abgebildet, die rotatorische Kopplung erfolgt jedoch an das Zweimassenschwungrad auf eine der beiden Massen, so dass der Kraftfluss von Masse 1

über die Drehfeder auf Masse 2 zur Koppelstelle Kurbelwelle erfolgt. Die Gaskräfte werden in entsprechender Phasenlage im Zylinder Zyl1 bis Zyl4 mit der Zündreihenfolge 1-3-4-2 eingeleitet. Der Zündwinkel für den jeweiligen Zylinder wird durch die Verdrehung der Kurbelwelle gegenüber der Ideallage anhand der Winkellage des entsprechenden Pleuellagers korrigiert.

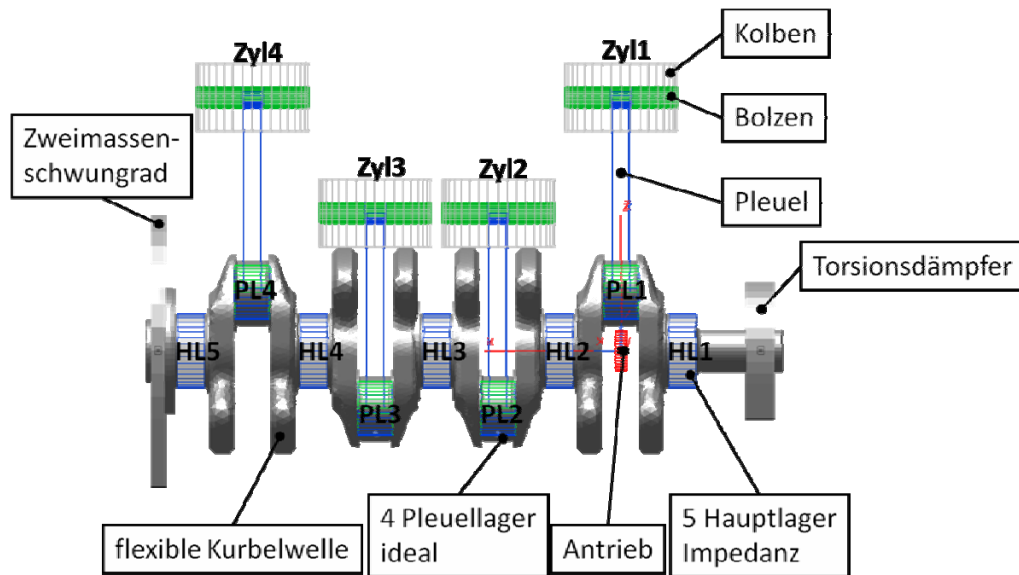


Abbildung 3.2: MKS Modell

4 Theoretische Grundlagen der Modellreduktion in EMKS

Ziel dieses Kapitels ist die Erläuterung der theoretischen Grundlagen von Modellreduktionsverfahren.

4.1 Elastische Mehrkörpersysteme

Wie in [10] beschrieben, besteht ein klassisches Mehrkörpersystem aus starren Körpern, die über masselose Bindungs- und Koppellemente untereinander und mit der Umgebung verbunden sind. Ein elastisches Mehrkörpersystem (EMKS) entsteht, wenn das System um verformbare Elemente erweitert wird.

Grundlage der Modellierung und numerischen Simulation eines hier eingesetzten EMKS ist die Methode des bewegten Bezugssystems. Die Grundidee besteht darin, die Bewegung eines Körpers in eine große nichtlineare Bewegung eines Referenzsystems und eine linearisierte elastische Deformation bezüglich dieses Systems aufzuteilen

$$\mathbf{r}_P = \mathbf{r}_{IR} + \mathbf{R}_{RP} + \mathbf{u}_P, \quad (4.1)$$

vgl. Abbildung 4.1. Dabei beschreibt \mathbf{u}_P die elastische Verformung und \mathbf{R}_{RP} die Lage des Punktes P in unverformten Zustand.

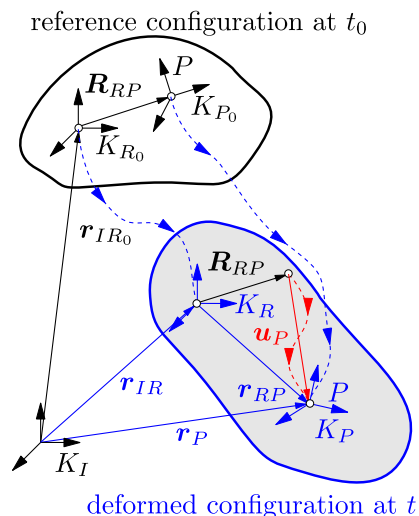


Abbildung 4.1: Bewegung eines elastischen Körpers

Die elastische Verformung kann dabei mit Hilfe der linearen Finiten Elemente Methode (FEM) modelliert werden. Wie in [16] beschrieben, ist die Methode der finiten Elemente eine Näherungs- und Diskretisierungsmethode für Feldprobleme, die in Form von Differentialgleichungen formuliert sind. Es wird eine näherungsweise Lösung der Bewegungsgleichung auf Basis des d'Alembert'schen Prinzips angestrebt. Hierfür werden elementweise Ansätze für die elastische Verformung \mathbf{u}_P formuliert und zu einer globalen Ansatzfunktion Φ zusammengesetzt

$$\mathbf{u}_P = \Phi \cdot \mathbf{q}, \quad (4.2)$$

wie beim Ritz oder Galerkin Ansatz. Die Knotenkoordinaten \mathbf{q} der FE Struktur sind dabei wie in [12, 14] in einem Vektor

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \vdots \\ \mathbf{u}_P^k \\ \boldsymbol{\theta}_P \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

zusammengefasst, wobei \mathbf{u}_P als Verschiebungsvektor und $\boldsymbol{\theta}_P$ als Vektor der Verdrehungen dem Knoten P zugeordnet werden. Nach [4] kann für lineare strukturmechanische Fragestellungen die Bewegung eines elastischen Körpers mittels Differentialgleichungen zweiter Ordnung

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_e \cdot \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_e \cdot \mathbf{q} &= \mathbf{B}_e \cdot \mathbf{u}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}_e \cdot \mathbf{q} \end{aligned} \quad (4.4)$$

beschrieben werden. Hierbei sind \mathbf{M}_e die Massenmatrix und \mathbf{K}_e die Steifigkeitsmatrix der flexiblen Struktur. Die auf das System wirkenden Kräfte werden mittels eines zeitabhängigen

Erregervektors \mathbf{u} und der Eingangs- bzw. Steuermatrix \mathbf{B}_e beschrieben, welche die räumliche Verteilung der Rand- und Koppelbedingungen erfasst. Weiterhin wird eine Ausgangs- oder auch Beobachtungsmatrix \mathbf{C}_e zur Berechnung der interessierenden Verschiebungen \mathbf{y} eingeführt.

Für die Beschreibung der Dämpfungsmatrix gibt es keine allgemeine kontinuumsmechanische Herleitung. Um in der Realität auftretenden Dämpfungseffekte trotzdem zu berücksichtigen, wird die Bewegungsgleichung um einen Dämpfungsterm erweitert

$$\mathbf{M}_e \cdot \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}_e \cdot \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_e \cdot \mathbf{q} = \mathbf{B}_e \cdot \mathbf{u}, \quad (4.5)$$

der beispielsweise durch eine viskose Dämpfung (Rayleigh-Dämpfung)

$$\mathbf{D}_e = \alpha \mathbf{M}_e + \beta \mathbf{K}_e \quad (4.6)$$

mit den Proportionalitätsfaktoren α und β angenähert wird. Dies führt auf gewöhnliche Differentialgleichungen (ODEs), siehe [4], und i.d.R. zu einer sehr großen Anzahl von Freiheitsgraden.

Die gesamte Bewegungsgleichung des Körpers lautet mit der Methode des Bewegten Referenzsystems

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_r & \mathbf{M}_{re} \\ \mathbf{M}_{er} & \mathbf{M}_e \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_r \\ \mathbf{h}_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{K}_e \cdot \mathbf{q} - \mathbf{D}_e \cdot \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix}. \quad (4.7)$$

Die Starrkörperbewegung wird durch die Submatrix \mathbf{M}_r der Massenmatrix und den Beschleunigungsvektor \mathbf{a} erfasst. Die Matrizen \mathbf{M}_e , \mathbf{K}_e und \mathbf{D}_e entsprechen den Größen aus der FE Bewegungsgleichung, die zur Beschreibung der Verformung verwendet werden. Die Koppelmatrizen \mathbf{M}_{er} und $\mathbf{M}_{re} = \mathbf{M}_{er}^T$ berücksichtigen die Wechselwirkung zwischen den beiden Koordinatensätzen. In den Kraftvektoren \mathbf{h}_r und \mathbf{h}_e auf der rechten Seite des Gleichungssystems sind die aus Volumenkräften, Oberflächenkräften sowie Zentrifugal- und Kreiselkräften resultierenden Kräfte zusammengefasst.

4.2 Lineare Modellreduktion durch Projektion

Die Anwendung der Ordnungsreduktion durch Projektion ist die Grundlage aller in dieser Arbeit untersuchten Reduktionsmethoden. Hierzu wird zunächst der Knotenverschiebungsvektor \mathbf{q} in einen Unterraum \mathcal{V} mit geringerer Dimension $\bar{n} < n$ durch den reduzierten Verschiebungsvektor $\bar{\mathbf{q}}$ approximiert. Dieser Unterraum kann durch eine Matrix $\mathbf{V} \in \mathbf{R}^{n \times \bar{n}}$ dargestellt werden und es gilt

$$\mathbf{q} \approx \mathbf{V} \cdot \bar{\mathbf{q}}. \quad (4.8)$$

Das Einsetzen dieser Beziehung in die FE-Bewegungsgleichung führt auf ein überbestimmtes System

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_e \cdot \mathbf{V} \cdot \ddot{\bar{\mathbf{q}}} + \mathbf{D}_e \cdot \mathbf{V} \cdot \dot{\bar{\mathbf{q}}} + \mathbf{K}_e \cdot \mathbf{V} \cdot \bar{\mathbf{q}} &= \mathbf{B}_e \cdot \mathbf{u} + \mathbf{r}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}_e \cdot \mathbf{V} \cdot \bar{\mathbf{q}}. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Da die exakte Lösung \mathbf{q} im Allgemeinen kein Element des Unterraums \mathcal{V} ist, verbleibt in der Gleichung (4.9) ein Residuum \mathbf{r} . Um dennoch eine eindeutige Lösung zu erhalten, müssen Nebenbedingungen an das Residuum gestellt werden. Dies erfolgt üblicherweise in Form von Orthogonalitätsbedingungen bezüglich eines zweiten Unterraums \mathcal{W} , repräsentiert durch die Matrix $\mathbf{W} \in \mathbf{R}^{n \times \bar{n}}$. Die Orthogonalitätsbedingungen, auch Petrov-Galerkin Bedingungen genannt, z.B. [1, 8, 9], lassen sich durch Vormultiplikation von Gleichung (4.9) mit \mathbf{W}^T einbringen, so dass sich unter Berücksichtigung von $\mathbf{W}^T \cdot \mathbf{r} = \mathbf{0}$ das reduzierte System

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{M}}_e \cdot \ddot{\bar{\mathbf{q}}} + \bar{\mathbf{D}}_e \cdot \dot{\bar{\mathbf{q}}} + \bar{\mathbf{K}}_e \cdot \bar{\mathbf{q}} &= \bar{\mathbf{B}}_e \cdot \mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \bar{\mathbf{C}}_e \cdot \bar{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (4.10)$$

der Dimension $\bar{n} \times \bar{n}$ ergibt, siehe Abbildung 4.2. Die Projektion wird als orthogonal bezeichnet, wenn die beiden Unterräume \mathcal{V} und \mathcal{W} identisch sind, ansonsten heißt sie schiefe Projektion, siehe [9].

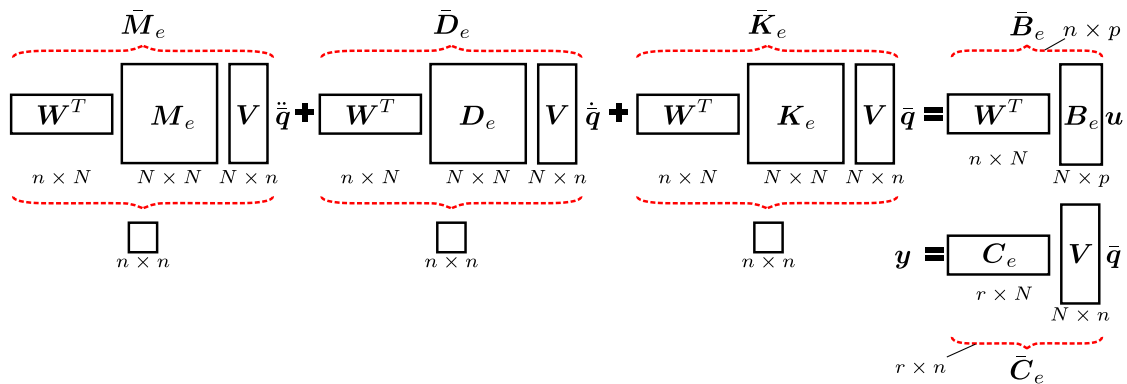


Abbildung 4.2: Petrov-Galerkin Projektion

Eine Anwendung des Projektionsverfahrens auf die Bewegungsgleichungen (4.7) mit Hilfe der Methode des bewegten Bezugssystems des beschriebenen Körpers i liefert

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_r & \mathbf{M}_{er}^T \cdot \mathbf{V} \\ \mathbf{W}^H \cdot \mathbf{M}_{er} & \bar{\mathbf{M}}_e \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \ddot{\bar{\mathbf{q}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_r \\ \mathbf{h}_e \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{K}}_e \cdot \bar{\mathbf{q}} + \bar{\mathbf{D}}_e \cdot \dot{\bar{\mathbf{q}}} \end{bmatrix}. \quad (4.11)$$

Hiermit steht eine systematische Vorgehensweise zur Reduktion linearer dynamischer Systeme zur Verfügung, die dabei benötigten Projektionsunterräume werden mittels der unterschiedlichen Verfahren spezifiziert.

5 Prozesskette

Ziel dieses Kapitels ist die Erläuterung des Präprozessors (Morembs) und seiner Anwendung für EMKS. Diese Grundlagen werden hinsichtlich des Forschungsvorhabens, dem Nachweis der Anwendbarkeit moderner Reduktionsverfahren bei industriellen Problemstellungen, im Speziellen einer elastischen Kurbelwelle, fokussiert.

5.1 Prozesskette und Datenfluss in der Vorstudie

Für die Bewertung des Forschungsinhaltes ist eine Analyse der Ergebnisse sowohl im Frequenzbereich als auch bei Zeitbereichssimulationen notwendig. Basis der Zeitsimulationen ist die in Abbildung 5.1 dargestellte Prozesskette.

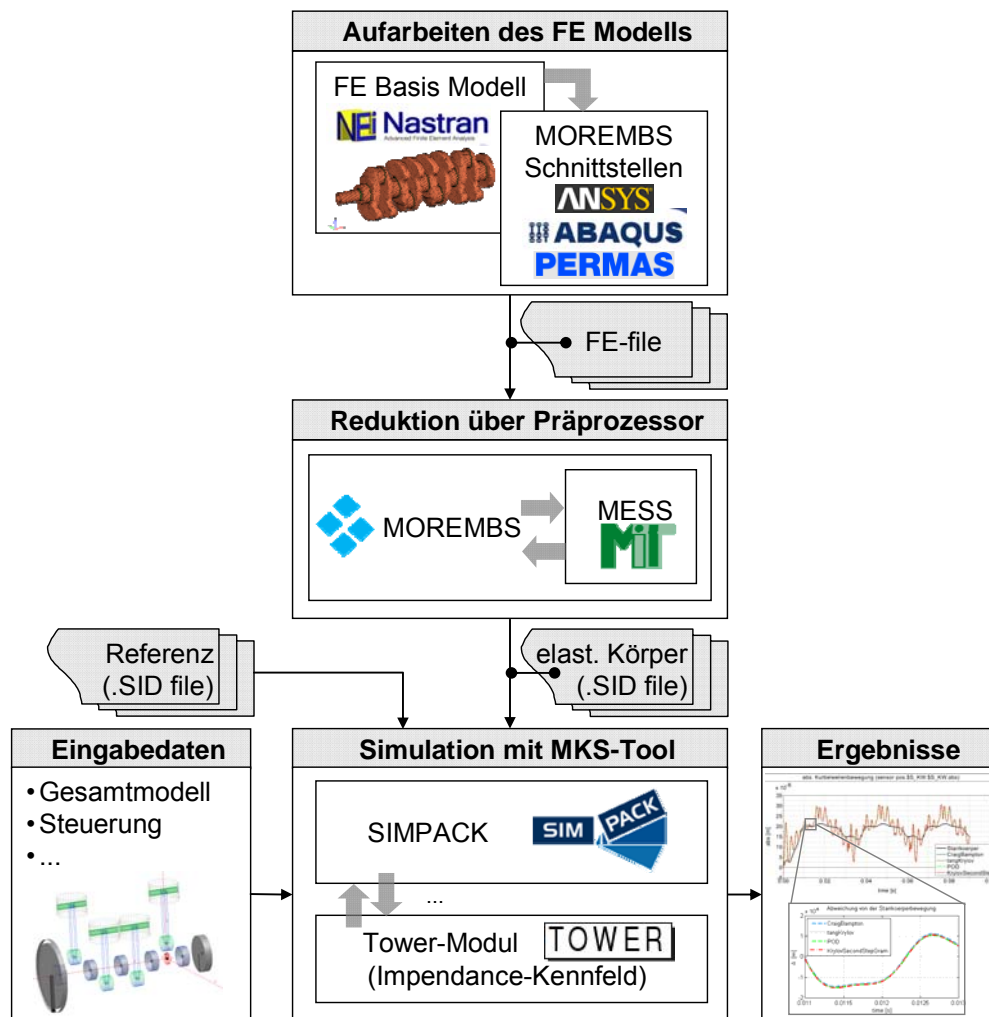


Abbildung 5.1: Prozesskette und Datenfluss in der Vorstudie

Die Analyse mittels des Standard MKS-Tools Simpack bildet die Basis der Zeitsimulation der Kurbelwelle innerhalb dieser Vorstudie. Zur Einbindung der Kurbelwelle als elastischer Körper wird der Präprozessor Morembs [6] eingesetzt. Dabei werden mehrere Schritte durchlaufen, vgl. Abbildung 5.1. Zum Ersten werden dabei Daten aus den Files von Standard-FE Programmen ausgelesen und die Systemmatrizen des vollen FE Modells aufgebaut. Zur Gewinnung der elastischen Ansatzfunktionen werden anschließend Reduktionsalgorithmen aus Morembs verwendet. Die Daten der reduzierten Körper können im letzten Schritt mittels des Präprozessors für die Simulation in einem Standard-MKS Programm herausgeschrieben werden. Für die Simulation mittels Simpack wird dies in Form des Standard Input Files, des SID-Files vollzogen. Die Verwendung von Morembs als Präprozessor gewährleistet, dass die vertraute Prozesskette mit den gewohnten Programmen zur Modellierung und Simulation weiterhin verwendet werden kann. Für Modellierung und Simulation ist somit keine Umstellung nötig. Es wird nur der Präprozessor ersetzt, der die Verwendung moderner Reduktionsverfahren ermöglicht.

5.1.1 Import der FE Daten

In einem ersten Schritt müssen die benötigten FE Daten konvertiert werden. Hierfür stehen bislang in Morembs Schnittstellen zu Ansys, Permas und Abaqus zur Verfügung. Da es sich jedoch bei den Basisdaten um FE-Daten aus Nastran handelt, müssen diese in einem weiteren FE-Programm mit Schnittstelle aufgearbeitet werden, vgl. Abbildung 5.2 und Abbildung 5.3. Stehen dann die FE-Files zur Verfügung, können diese von Morembs ausgelesen und die notwendigen Systemmatrizen aufgebaut werden.

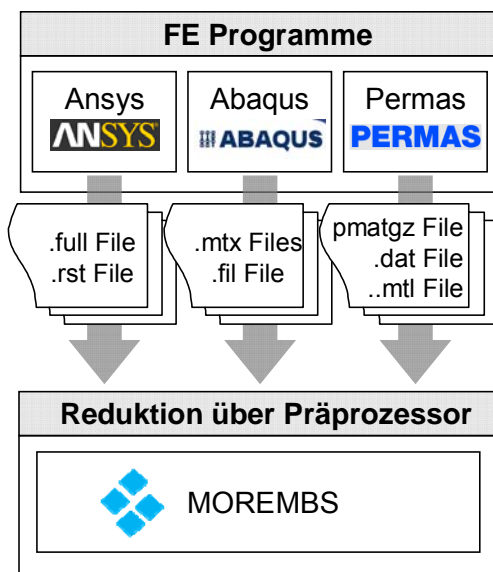


Abbildung 5.2: Import der FE-Daten

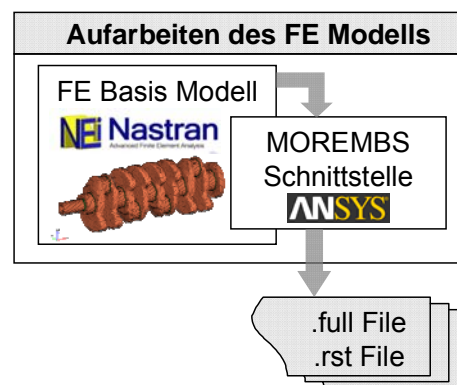


Abbildung 5.3: Aufbereitung der FE-Daten

5.1.2 Reduktion der FE Körper

Die Reduktion der vollen elastischen Kurbelwelle wird mittels des Präprozessors Morembs vollzogen. Morembs (Model Order Reduction of Elastic Multibody Systems) ist ein am ITM entwickeltes Softwarepaket [7], welches im Rahmen der Vorstudie um die am MiIT entwickelten Numerikbibliothek MESS für Reduktionen mit der Methode des Balancierten Abschneidens über eine direkte Berechnung von Gramschen Matrizen ergänzt wird. In Morembs sind bereits, wie im vorigen Abschnitt beschrieben, Konverter und verschiedene Reduktionsmethoden, vgl. Abbildung 5.4 implementiert.

Nach dem Durchlauf der Reduktionsalgorithmen ist in Morembs frühzeitig ein Vergleich zwischen modernen und modalen Reduktionsverfahren im Frequenzbereich möglich. Hierfür wird der relative Fehler der Übertragungsfunktionen zwischen vollem FE Körper und reduziertem elastischen Körper verwendet. Der relative Fehler wird in der H_{∞} -Norm gemessen, weil diese Norm eine Fehlerinterpretation sowohl im Frequenz- als auch im Zeitbereich erlaubt, siehe [1].

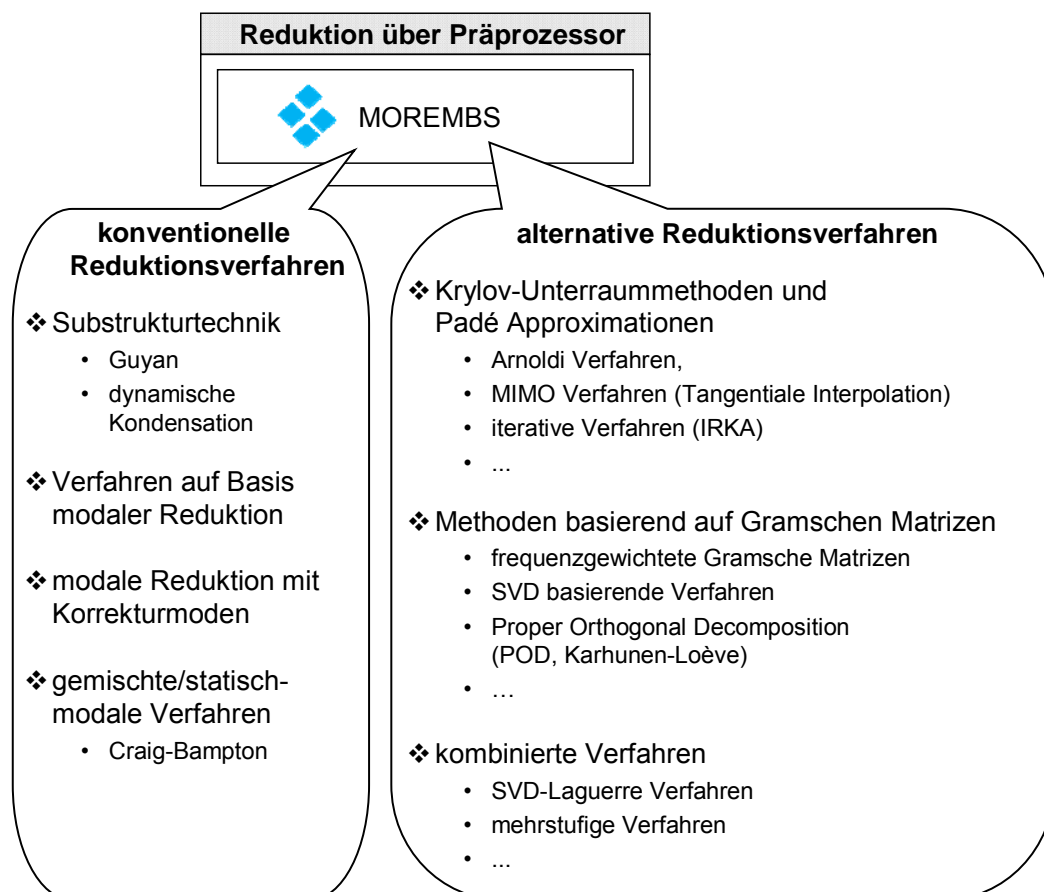


Abbildung 5.4: Morembs Übersicht

5.1.3 Export der reduzierten Daten

Nach erfolgreicher Modellreduktion wird der reduzierte Körper erzeugt und zur Simulation des elastischen Mehrkörpersystems in einem gewünschten Format herausgeschrieben, vgl.

Abbildung 5.5. Für die Simulation mit Simpack handelt es sich hierbei um die Standard-Daten des reduzierten elastischen Körpers [13] in Form eines SID Files, vgl. Abbildung 5.6.

5.1.4 EMKS Modellierung und Simulation mit Simpack

Für einen kompletten Vergleich der Reduktionsverfahren ist ebenso eine Analyse im Zeitbereich notwendig. Diese Dynamiksimulationen werden mit Hilfe von Simpack vollzogen. Als Referenzlösungen dient dabei ein mit deutlich mehr Ansatzvektoren (z.B. doppelt so vielen) reduziertes Modell.

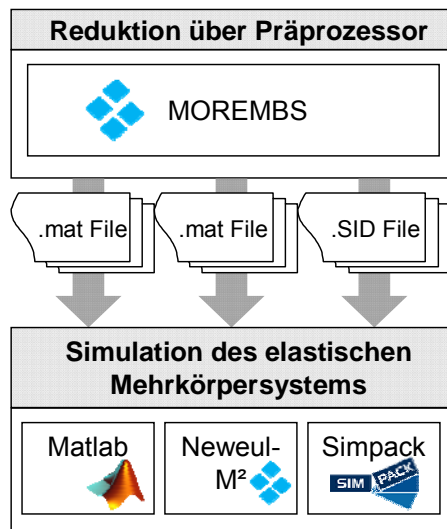


Abbildung 5.5: Export des reduzierten Körpers

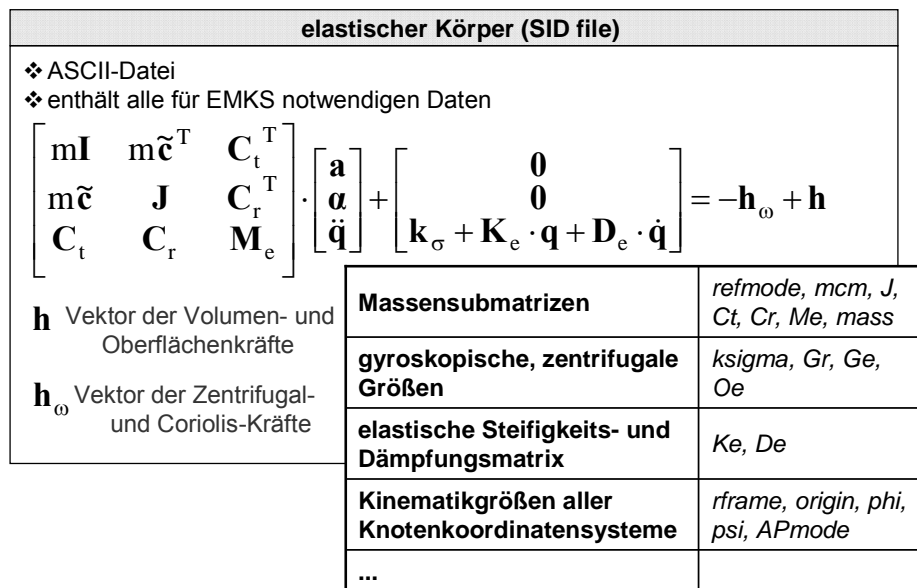


Abbildung 5.6: Standard-Daten des SID Files

6 Vergleich der Verfahren

Einen allgemeinen Vergleich bietet Abbildung 6.1. Es ist zu sehen, dass mit modernen Reduktionsverfahren bei der Reduktion der Kurbelwelle stets ein kleinerer relativer Fehler im betrachteten Frequenzbereich erzielt werden kann als mit dem traditionellen modalen Verfahren bei vergleichbarer Größe. Auch bei weitaus geringerer Reduktionsgröße auf nur 40 Ansatzfunktionen wie in Abbildung 6.2 abgebildet, zeigt sich mit den alternativen Methoden stets eine bessere Annäherung an den Frequenzgang des Originalsystems.

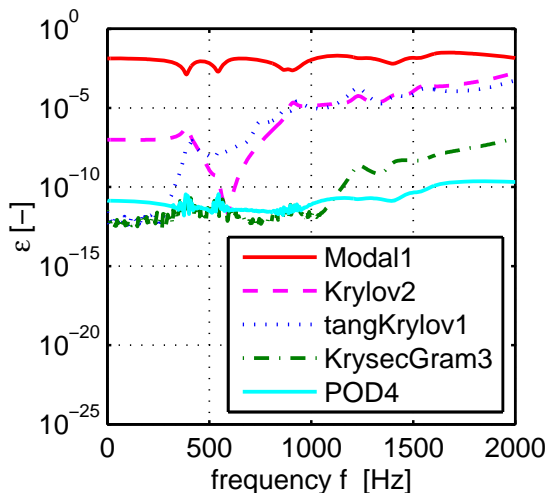


Abbildung 6.1: Vergleich von verschiedenen Reduktionsverfahren

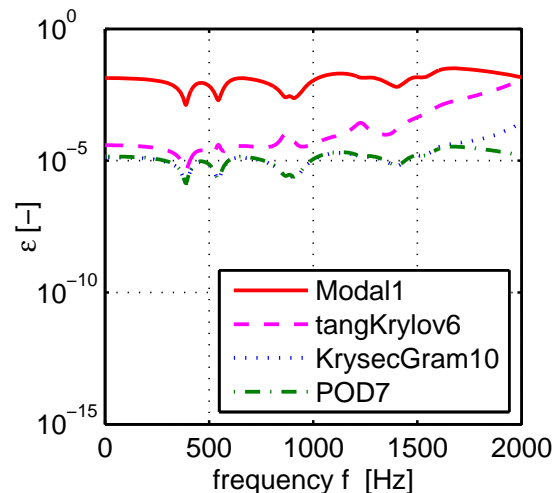


Abbildung 6.2: Vergleich verschiedener Reduktionen auf eine Dimension von 40 mit CMS (82)

Eine Konvergenzanalyse der modalen Reduktion am Beispiel der Kurbelwelle in zeigt, dass eine vergleichbar gute Approximation schwer mit modaler Reduktion zu erreichen ist. Mit steigender Anzahl an elastischen Ansatzfunktionen ist, wie in Abbildung 6.3 dargestellt, keine wesentliche Verbesserung der Approximationsgüte möglich.

6.1 Vergleich Krylov Reduktionsverfahren

Als Beispiel für die Approximation mittels Krylov-Unterräumen ist in **Error! Reference source not found.** der relative Fehler unterschiedlicher Krylov-Methoden abgebildet.

Auch bei einer Bedienung einer einfachen Krylov-Reduktion ohne jegliche Vorkenntnisse über das System, also eine beliebige Interpolationspunktwahl, wie in Abbildung 6.5 zu sehen, liegt der Fehler immer unter der Standardreduktion. Mit dem tangentialen Krylov-Verfahren, welches eine Reduktion auf eine beliebige Größe zulässt, zeigt sich, dass selbst bei einer weitaus kleineren Dimension des reduzierten Systems ein besserer Fehler im betrachteten Frequenzbereich erreicht werden kann, Abbildung 6.6.

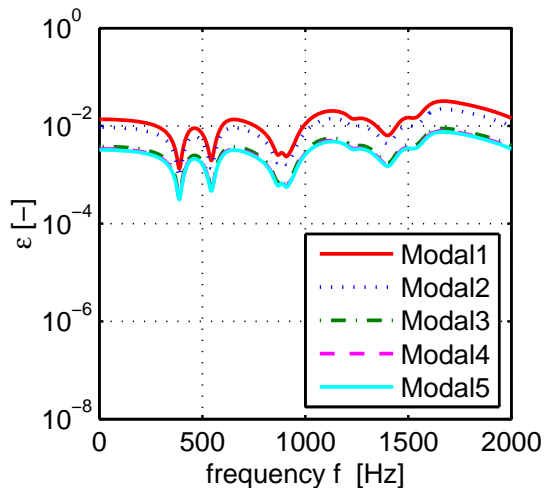


Abbildung 6.3: Konvergenz modaler Reduktionen

Tabelle 6.1: Relative Fehler für unterschiedliche Frequenzbänder

Verfahren	$\varepsilon_{H_\infty} [10^{-3}]$	$\varepsilon_{H_\infty} [10^{-5}]$
	$f_{\max}=200\text{Hz}$	$f_{\max}=2000\text{Hz}$
Modal1 (82)	12.68	100.38
Modal2 (100)	9.10	72.03
Modal3 (120)	3.10	24.43
Modal4 (140)	3.08	24.23
Modal5 (162)	3.08	24.20

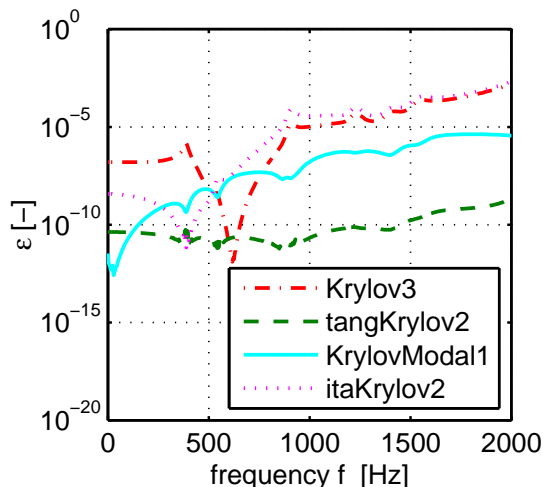


Abbildung 6.4: Vergleich verschiedener Krylov Reduktionsverfahren im Frequenzbereich

Tabelle 6.2: Relative Fehler für unterschiedliche Frequenzbänder

Verfahren	$\varepsilon_{H_\infty} [10^{-9}]$	$\varepsilon_{H_\infty} [10^{-7}]$
	$f_{\max}=200\text{Hz}$	$f_{\max}=2000\text{Hz}$
Krylov3	218.88	1478.43
tangKrylov2	0.00	10.96
KrylovModal1	0.36	3.00
itaKrylov2	4.14	1872.45

6.2 Vergleich Reduktionsverfahren auf Basis Gramscher Matrizen

Wie auch beim Krylov-Verfahren lassen sich durch Parameter- und Methodenvariationen unterschiedliche Reduktionsgüten bei der Reduktion auf Basis Gramscher Matrizen erzeugen, vgl. Abbildung 6.7.

Ein Vergleich der unterschiedlichen speziellen Balancierungsarten für Systeme zweiter Ordnung mittels MESS ist in Abbildung 6.8 zu sehen.

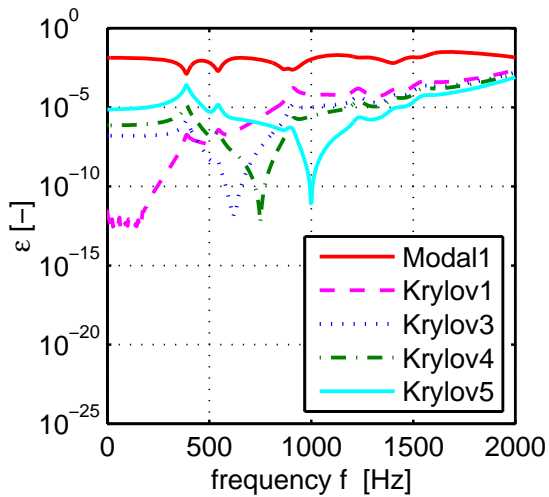


Abbildung 6.5: Vergleich von Krylov-Reduktionen mit unterschiedlichen Interpolationspunkten

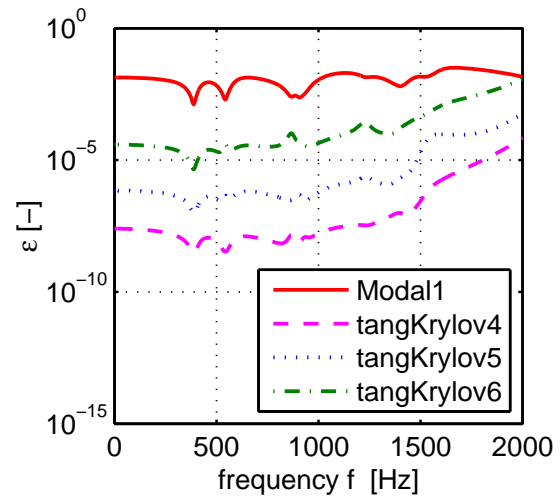


Abbildung 6.6: Vergleich von tangentialen Krylov-Reduktionen mit unterschiedlichen Reduktionsgrößen (60, 50, 40)

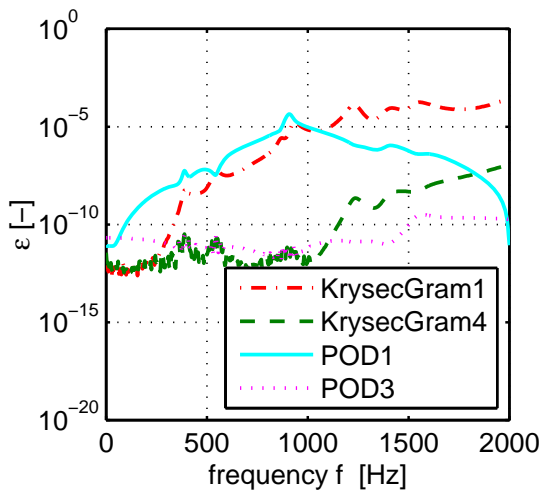


Abbildung 6.7: Vergleich Reduktionsverfahren auf Basis Gramscher Matrizen im Frequenzbereich

Tabelle 6.3: Relative Fehler für unterschiedliche Frequenzbänder

Verfahren	$\epsilon_{H_\infty} [10^{-10}]$	$\epsilon_{H_\infty} [10^{-7}]$
	$f_{\max}=200\text{Hz}$	$f_{\max}=2000\text{Hz}$
KrysecGram1	0.00	251.21
KrysecGram4	0.00	0.10
POD1	24.38	248.04
POD3	0.24	0.00

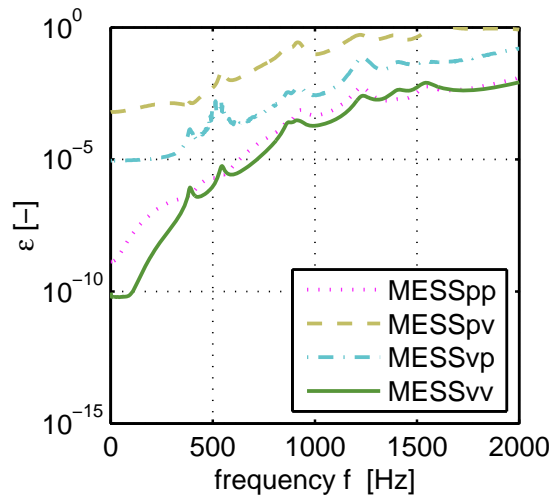


Abbildung 6.8: Vergleich von MESS Reduktionen

6.3 Simulationsergebnisse

Nachfolgende Bilder zeigen Ergebnisse für die Simulation der elastischen Kurbelwelle. Die aufgetragenen Größen sind minimaler Spalt und maximaler Druck im Hauptlager 5. Die Zündfolge des 4-Zylinder Motors ist 1-3-4-2, wobei Zylinder 1 zu 360° KW gesetzt ist. Alle Diagramme zeigen ein Arbeitsspiel von 0 bis 0.09 Sekunden.

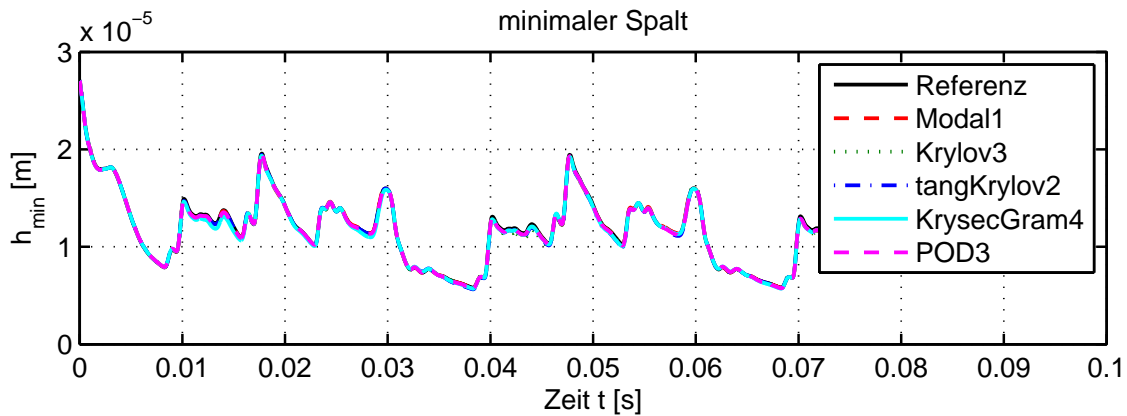


Abbildung 6.9: Vergleich des minimalen Spalts an Lager 5 von unterschiedlich reduzierten Kurbelwellen

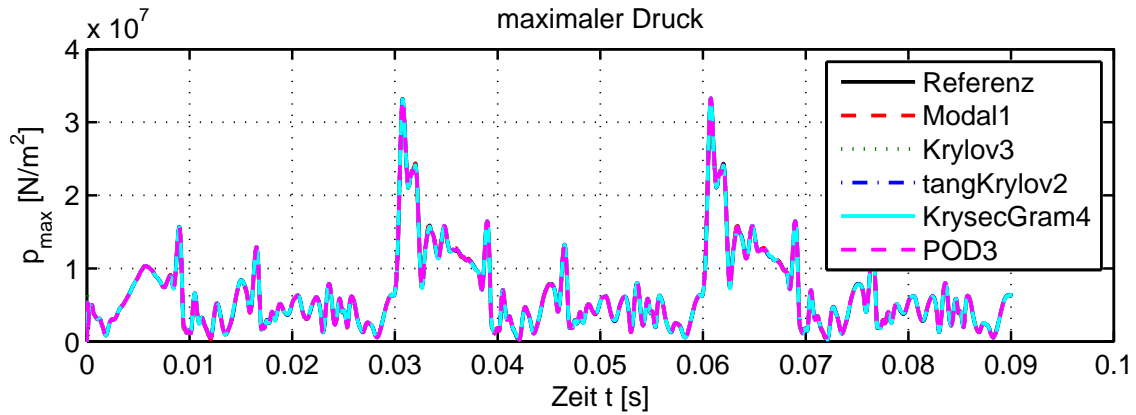


Abbildung 6.10: Vergleich des maximalen Drucks an Lager 5 von unterschiedlich reduzierten Kurbelwellen

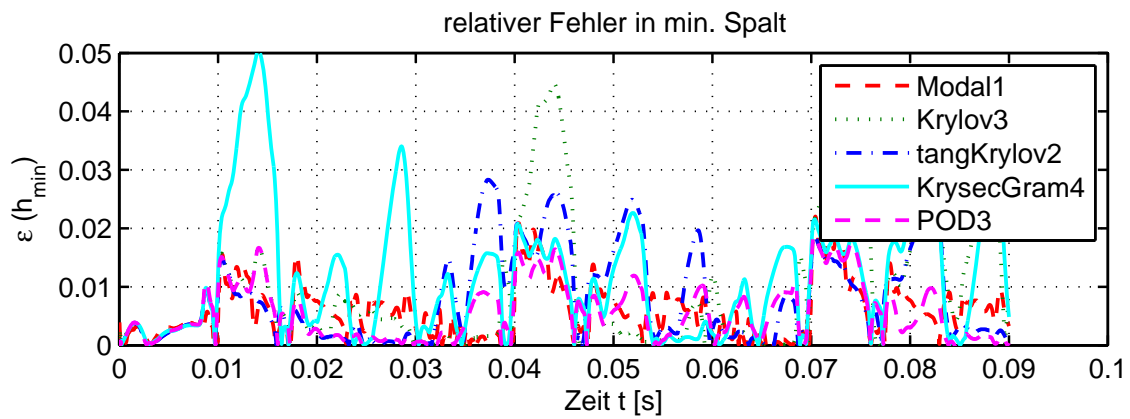


Abbildung 6.11: Relativer Fehler in der minimalen Spaltbreite an Lager 3 zwischen 0.02 und 0.05 s von unterschiedlich reduzierten Kurbelwellen

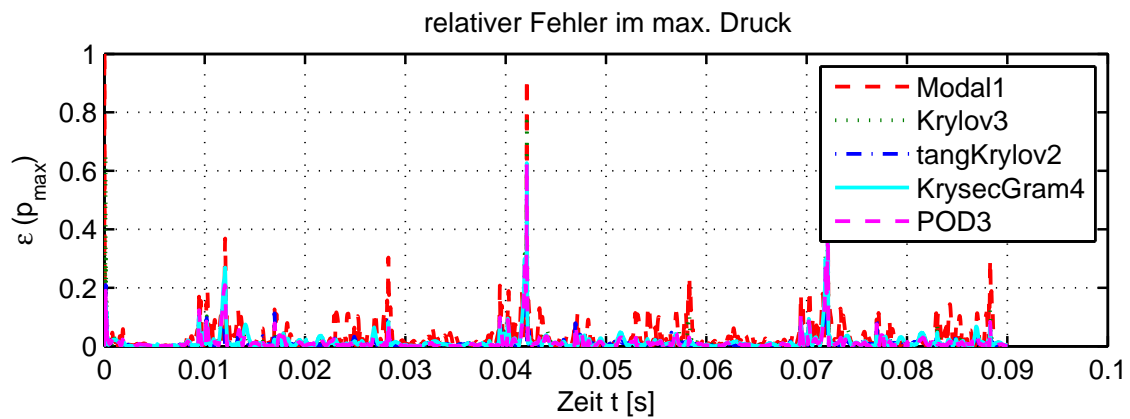


Abbildung 6.12: Relativer Fehler im maximalen Druck an Lager 3 zwischen 0.02 und 0.05 s von unterschiedlich reduzierten Kurbelwellen

7 Zusammenfassung und Ausblick

Der Verbrennungsmotor zusammen mit den Motorkomponenten ist ein Beispiel eines technischen Teilsystems, welches zunehmend durch digitale Prozesse abgesichert und optimiert wird. Im Fokus dieser Vorstudie steht die Simulation einer Kurbelwelle. Diese wird im Zusammenspiel mit Grundlagern, Kolben und Pleuel als elastisches Mehrkörpersystem unter Berücksichtigung elasto-hydrodynamischer Wechselwirkungen untersucht. Mit dieser Vorstudie sollte dem FVV Arbeitskreis eine Entscheidungsgrundlage gegeben werden, um zu beurteilen, ob moderne Modellreduktionsmethoden für komplexe industrielle Fragestellungen eingesetzt werden können.

Im Rahmen dieser Arbeit wird dieses System als elastisches Mehrkörpersystem modelliert und simuliert. Der Fokus liegt auf der Einbindung der Kurbelwelle als flexibles Element durch Reduktion der elastischen Freiheitsgrade mit Hilfe von linearer Modellreduktion. Die Reduktion wird in dem Präprozessor Morembs vollzogen. Der Vergleich verschiedener Reduktionsverfahren für eine flexible Kurbelwelle stellt einen Schwerpunkt der Arbeit dar. Hierbei wird die Anwendbarkeit moderner Reduktionsverfahren bei industriellen Fragestellungen nachgewiesen und eine Verbesserung der Abbildungsgüte im Vergleich zur modalen Reduktion erreicht.

Schwierigkeiten liegen vor allem im Umgang mit der sehr hohen Anzahl an elastischen Freiheitsgraden der Anwendungsbeispiele und dem zur Bearbeitung zur Verfügung stehenden begrenzten Arbeitsspeicher. Um eine solche extrem hohe Anzahl an Freiheitsgraden (mehr als 1 Mio.) verarbeiten zu können, ist der Einsatz von direkten Lösern, wie sie bisher in Morembs eingesetzt wurden, nicht mehr möglich. Eine Umstellung auf iterative Löser ist notwendig.

Zusammenfassend bleibt festzustellen, dass Modellreduktion mit Hilfe von modernen Verfahren an industriellen Beispielen möglich ist. Allerdings sind noch viele praktische Probleme zu lösen, z.B. die Interfaces zu verschiedenen FE Programmen, oder es müssen Berechnungsmethoden ohne die Benutzung von Großrechnern (Hauptspeicher, out-of-Core Löser) gefunden werden.

8 Literaturverzeichnis

- [1] A.C. Antoulas. *Approximation of Large-Scale Dynamical Systems*. SIAM, Philadelphia, 2005.
- [2] M. Arnold and W. Schiehlen, editors. *Simulation Techniques for Applied Dynamics*, volume 507 of *CISM International Centre for Mechanical Sciences*. Springer, Vienna, 2009.
- [3] Z. Bai, K. Meerbergen, and Y. Su. *Dimension Reduction of Large-Scale Systems*, volume 45 of *Lecture Notes in Computational Science and Engineering*, chapter Arnoldi Methods for Structure-Preserving Dimension Reduction of Second-Order Dynamical Systems, pages 173–189. Springer, Berlin/Heidelberg, 2005.
- [4] K.-J. Bathe. *Finite Element Procedures*. Prentice-Hall, Upper Saddle River, 1996.
- [5] R. Craig and M. Bampton. Coupling of substructures for dynamic analyses. *AIAA Journal*, 6(7):1313–1319, 1968.
- [6] J. Fehr and P. Eberhard. Improving the simulation process in flexible multibody dynamics by enhanced model order reduction techniques. In *Proceedings Multibody Dynamics 2009 - ECCOMAS Thematic Conferences*, Warsaw, Poland, June 2009.
- [7] J. Fehr and P. Eberhard. Simulation process of flexible multibody systems with non-modal model order reduction techniques. *Multibody System Dynamics*, 2010. (accepted for publication).
- [8] E.J. Grimme. *Krylov Projection Method for Model Reduction*. Phd thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1997.
- [9] J. Saad. *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*. SIAM, Philadelphia, 2 edition, 2003. ISBN-13: 978-0-898715-34-7.
- [10] W. Schiehlen and P. Eberhard. *Technische Dynamik - Modelle für Regelung und Simulation*. Teubner, Wiesbaden, 2004.
- [11] W. Schilders, H. van der Vorst, and J. Rommes, editors. *Model Order Reduction*. Springer, Berlin, 2008.
- [12] R. Schwertassek and O. Wallrapp. *Dynamik flexibler Mehrkörpersysteme*. Vieweg, Braunschweig, 1999.
- [13] R. Schwertassek and O. Wallrapp. *Dynamik flexibler Mehrkörpersysteme (in German)*. Vieweg, Braunschweig, 1999.
- [14] A.A. Shabana. *Computational Dynamics*. John Wiley & Sons, New York, 2001.
- [15] J. Willems. In control, almost from the beginning until the day after tomorrow. *European Journal of Control*, 13(1):71–83, 2007.
- [16] K. Willner. *Die Methode der finiten Elemente*. Universität Stuttgart, Institut für Angewandte und Experimentelle Mechanik, 2004.