Taylorformel

Eine $(n+1)$-mal stetig differenzierbare Funktion $f : I \to \mathbb{R}$ kann dargestellt werden nach der

Taylorschen Formel

$$f(x) = f(a) + \frac{1}{1!} f'(a)(x-a) + \frac{1}{2!} f''(a)(x-a)^2 + \cdots + \frac{1}{n!} f^{(n)}(a)(x-a)^n + R_{n+}$$

für einen Entwicklungspunkt $a \in I$. $R_{n+1}(x)$ heißt das Restglied der Taylorschen Formel.

Restglieddarstellungen

Man erhält 2 Darstellungen für das Restglied in der Taylorschen Formel. Die

Integraldarstellung

$$R_{n+1}(x) = \frac{1}{n!} \int_a^x f^{(n+1)}(t)(x-t)^n dt$$

ergibt sich direkt aus dem Induktionsbeweis für die Taylorformel. Daraus leitet man mit dem Mittelwertsatz der Integralrechnung die

Lagrangesche Form des Restglieds

$$R_{n+1}(x) = \frac{1}{(n+1)!} f^{(n+1)}(\xi)(x-a)^{n+1}$$

für eine Stelle ξ zwischen x und a ab.