Francis QR Algorithmus

INPUT: $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, Toleranz tol.

OUTPUT: $H \in \mathbb{R}^{n\times n}$, die Schurform von A; $Q \in \mathbb{R}^{n\times n}$ orthogonal so, daß $H = Q^T AQ$.

Berechne $Q \in \mathbb{R}^{n\times n}$ so daß $H = Q^T AQ =$.

$q := 0$.

while $q < n$ **do**

  Bestimme alle $j \in \{1, \dots, n\}$ mit

$$h_{j+1,j} \le tol \cdot \mathbf{u}(|h_{jj} + |h_{j+1,j+1}|).$$

  Für diese j, setze $h_{j+1,j} := 0$.

  Deflation: Finde $p, q \in \{0, 1, \dots, n\}$ mit p minimal und q maximal so daß

$$H = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ & H_{22} & H_{23} \\ & & H_{33} \end{bmatrix} = ,$$

  wobei $H_{11} \in \mathbb{R}^{p\times p}$ obere Hessenbergmatrix, $H_{22} \in \mathbb{R}^{n-p-q\times n-p-q}$ unreduzierte obere Hessenbergmatrix, $H_{33} \in \mathbb{R}^{q\times q}$ quasi-obere Dreiecksmatrix.

  Bringe H_{33} in obere Schur-Form, $H_{33} := Q_{33}^T H_{33} Q_{33}$.

  $H_{12} := H_{12}Q_{33},\ H_{13} := H_{13}Q_{33}.$

  $Q := Q \cdot \operatorname{diag}(I_p, I_{n-p-q}, Q_{33}).$

  if $q < n$ **then**

    Führe einen impliziten Francis QR Schritt für H_{22} aus und setze $H_{22} := Q_{22}^T H_{22} Q_{22}$, wobei Q_{22} die orthogonale Transformationsmatrix aus dem QR Schritt ist.

    $H_{12} := H_{12}Q_{22},\ H_{23} := Q_{22}H_{23}.$

    $Q := Q \cdot \operatorname{diag}(I_p, , Q_{22}, I_q).$

  end if

end while