

## Numerische Mathematik– 4. Übung

### Aufgabe 1

Für die Aufsummierung von  $n$  reellen Zahlen  $x_1, \dots, x_n$  wird folgendes Programm benutzt

```
s = 0;  
for i = 1:n  
    s = s + x(i)  
end
```

Zeigen Sie, dass der entstehende Vorwärtsfehler durch

$$\hat{s} - s = \sum_{i=1}^n \delta_i t_i$$

ausgedrückt werden kann, wobei  $t_i$  die  $i$ -te (exakte) Zwischensumme ist und  $|\delta_i| \leq \mathbf{u}$ .

In welcher Reihenfolge sollen die  $x_i$  aufsummiert werden, um  $\hat{s} - s$  zu minimieren?

z.B. (1)  $x_i = \frac{1}{i}$ , (2)  $|\sum_{i=1}^n x_i| \ll \sum_{i=1}^n |x_i|$ , (3)  $x = [\mathbf{u} \ \mathbf{u} \ 1 \ \frac{1}{\mathbf{u}} \ -\frac{1}{\mathbf{u}}]$ .

### Aufgabe 2

Für alle  $x \in \mathbb{R}^n$  und ein festes  $v \in \mathbb{R}^n$  ist folgende Abbildung  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  definiert:

$$f(x) = \langle x, v \rangle = v^\top x$$

Bestimmen Sie die Kondition dieser Abbildung. Für welche  $x$  wird diese besonders groß oder besonders klein?

### Aufgabe 3

Prüfen Sie mit Hilfe einer Rückwärtsanalyse ob die Abbildungen

**a)**  $f(x) = a x$  und

**b)**  $g(x) = a + x$

numerisch stabil sind. Formulieren Sie gegebenenfalls Bedingungen welche die Stabilität der zugehörigen Algorithmen garantieren.  $a \in \mathbb{R}$  soll dabei jeweils als fix gegeben angenommen werden.